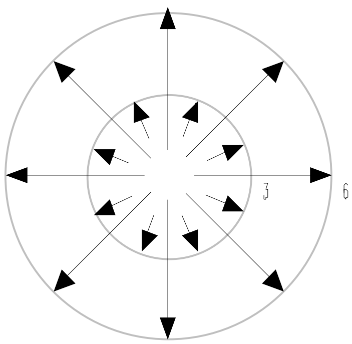
UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA Y CIRCUITOS
EC1311 TEORÍA ELECTROMAGNÉTICA
SECCION 1 Profesor Orlando Sucre Rosales
FECHA: 20-05-09

PRIMER EXAMEN PARCIAL (25 %)

NOTA: Deben justificarse **todas** las respuestas.

Problema 1 (10 p)

Se da la gráfica de un campo vectorial, y tres campos vectoriales en coordenadas esféricas:



$$\vec{A} = \begin{cases} \vec{1}_r\, 6r^{-2}, \text{ si } 0 < r < 3,\ 0 \le \theta \le \pi \text{ y } 0 \le \phi < 2\pi \\ \vec{1}_r\, 3r^{-2}, \text{ si } 3 < r < 6,\ 0 \le \theta \le \pi \text{ y } 0 \le \phi < 2\pi \\ \vec{0}, \text{ en el resto del espacio} \end{cases}$$

$$\vec{B} = \begin{cases} \vec{1}_r\, 2r/3, \text{ si } 0 < r < 3,\ 0 \le \theta \le \pi \text{ y } 0 \le \phi < 2\pi \\ \vec{1}_r\, 9r^{-2}, \text{ si } 3 < r < 6,\ 0 \le \theta \le \pi \text{ y } 0 \le \phi < 2\pi \\ \vec{0}, \text{ en el resto del espacio} \end{cases}$$

$$\vec{C} = \begin{cases} \vec{1}_r\, r/3, \text{ si } 0 < r < 3,\ 0 \le \theta \le \pi \text{ y } 0 \le \phi < 2\pi \\ \vec{1}_r\, 9r^{-2}, \text{ si } 3 < r < 6,\ 0 \le \theta \le \pi \text{ y } 0 \le \phi < 2\pi \\ \vec{0}, \text{ en el resto del espacio} \end{cases}$$

a) (2 p) Explica por qué la gráfica no corresponde a los campos $\vec{A}$ o $\vec{C}$, sino al campo $\vec{B}$.

b) (3 p) Calcula el rotacional y la divergencia de $\vec{B}$. Interpreta los resultados obtenidos.

c) (2 p) Demuestra la existencia de sumideros del campo $\vec{B}$ en la superficie esférica $r = 3$.

d) (3 p) Verifica el Teorema de la divergencia para el campo $\vec{C}$ en el volumen de la esfera $r = 5$.

Problema 2 (8 p)

Se tiene un sistema de cargas formado por dos esferas concéntricas, una de radio a con densidad de carga volumétrica $\rho_V = \rho_0\,(r/a)^n$ (n>–3) en su interior, y otra de radio b ($b>a$) con densidad de carga superficial η_0 en su superficie.

a) (2 p) Explica de cuál coordenada depende el campo eléctrico producido por estas cargas, y cuáles son sus componentes nulas.

b) (5 p) Determina el campo eléctrico en todo el espacio, usando las ecuaciones de Maxwell en forma diferencial.

c) (1 p) Determina “n” para que la magnitud del campo sea constante en la región $r \le a$.

Problema 3 (7 p)

Se tiene un sistema de corrientes formado por dos cilindros huecos concéntricos de longitud infinita, uno de radio interno a y radio externo b con densidad de corriente volumétrica $\vec{J} = \vec{1}_z J_0$, y otro de radio b con densidad de corriente superficial $\vec{K} = \vec{1}_z I_0/(2\pi b)$ en su superficie.

a) (2 p) Explica de cuál coordenada depende el campo magnético producido por estas corrientes, y cuáles son sus componentes nulas.

b) (5 p) Determina el campo magnético en todo el espacio, usando las ecuaciones de Maxwell en forma integral.

c) (1 p, opcional) Dibujo el campo $\vec{H}$ sobre el plano XY.

¡E X I T O!